

## Alineación Virtual De Modelos Deformables Usando Funciones De Base Radial<sup>1</sup>

**Andrés Eleazar Jaramillo Velásquez**

Dr. (c) en Ingeniería – Automática  
Magíster en Ciencias – Física  
Ingeniero Electrónico - Físico  
Docente Universidad Católica Popular del Risaralda  
Grupo de Investigación GEMA  
[andres.jaramillo@ucpr.edu.co](mailto:andres.jaramillo@ucpr.edu.co)

**Flavio Augusto Prieto Ortiz**

PhD en Génie  
Docteur en Automatique Industrielle  
Magíster en Ingeniería Eléctrica  
Ingeniero Electrónico - Físico  
Docente Universidad Nacional de Colombia - Bogotá  
[fprieto@unal.edu.co](mailto:fprieto@unal.edu.co)

**Pierre Boulanger**

Ph.D. in Electrical Engineering  
M.Sc. in Physics  
B.Sc. in Engineering Physics  
Docente University of Alberta Canada  
[pierreb@cs.ualberta.ca](mailto:pierreb@cs.ualberta.ca)

Recibido setiembre 25 de 2009 / Aceptado Noviembre 30 de 2009

### SÍNTESIS

*Uno de los esquemas más ampliamente usados en la industria de producción de partes para realizar el control de calidad de las piezas producidas, consiste en hacer una comparación de dichas piezas contra un prototipo ideal denominado modelo CAD de la pieza. Para realizar tal comparación se adquieren datos experimentales de la superficie de la pieza y se realiza una alineación rígida entre estos y el modelo CAD de la pieza. Aunque para los sistemas actuales las piezas a revisar se consideran rígidas, existen numerosas piezas para las cuales este*

---

<sup>1</sup> El artículo muestra los primeros resultados de la investigación “Inspección automatizada de forma de piezas deformables” que corresponde a la tesis Doctoral de Andrés Eleazar Jaramillo Velásquez asesorada por los doctores Flavio Augusto Prieto Ortiz y Pierre Boulanger.

*proceso de alineación no es suficiente ya que la forma de tales piezas cambia en el momento de ser ensambladas. En este artículo se presenta un nuevo método de alineación no rígida basado en el uso de las funciones de base radial que permite mejorar el proceso de inspección de piezas deformables basado en modelos CAD. Se presentan resultados de la aplicación del método sobre varios modelos deformables.*

**Descriptores:** Inspección visual automatizada, alineación no rígida, modelos deformables, funciones de base radial.

## **ABSTRACT**

One of the schemes most broadly used in the industry of production of parts to carry out the quality control of the produced pieces consists on making a comparison of such pieces against an ideal prototype denominated CAD model of the piece. To carry out this comparison, experimental data of the surface of the piece are acquired and a rigid alignment among the model generated from these data and the CAD model of the piece is carried out. Although current systems consider only rigid pieces to be inspected, there are numerous pieces for which this alignment process is not enough because the shape of such pieces changes when they are assembled. In this article a new method of non rigid alignment is presented, based on the use of radial basis functions, which allows to improve the inspection process of deformable pieces based on CAD. Results of the application of the method on several deformable models are presented.

**Descriptors:** Automated visual inspection, no rigid alignment, deformable models, radial basis functions

---

## 1. INTRODUCCIÓN

La inspección es un proceso clave en algunas industrias de manufactura de partes, en las cuales se requieren productos de muy alta calidad, como por ejemplo las industrias automotriz y aeronáutica (Weckenmann *et al*, 2001). Actualmente en esas industrias se cuenta con sistemas de inspección que incluyen equipos de medición, tales como las máquinas de medir por coordenadas (CMM), mediante las cuales se lleva a cabo el control de calidad de las piezas con gran precisión. Sin embargo, los procesos de inspección realizados con dichos sistemas requieren tiempos significativamente mayores que los demás procesos de manufactura de las piezas, de modo que en la práctica sólo se realiza la inspección fuera de línea sobre algunas piezas de muestra de los lotes de piezas fabricadas (Lim y Menq, 1994). Por otra parte, en la realización de los sistemas industriales de inspección, usualmente se asume que las piezas bajo inspección son rígidas, así que sus dimensiones y formas no cambian cuando son manipuladas. Sin embargo, se encuentran numerosas piezas que debido a sus materiales y estructuras presentan una notable flexibilidad. Esta característica implica que dichas piezas pueden variar más allá de los valores de tolerancia permitidos sin perder su funcionalidad, de modo que es necesario fijarlas manualmente en un soporte rígido antes de realizar la evaluación de sus tolerancias (Weckenmann *et al.*, 2005). Esto representa un obstáculo para la automatización de los procesos de inspección y para su inclusión en la línea de producción de las piezas.

En su mayoría, los sistemas de inspección visual de piezas 3D presentados en la literatura consideran el esquema de comparación de los datos 3D adquiridos de la superficie de la pieza contra un modelo ideal de diseño ó modelo CAD. A continuación se describen algunos de los trabajos recientes más relevantes sobre este tema.

En 2004, Zhang *et al.* propusieron un método para la reconstrucción e inspección de piezas laminares metálicas deformables. En dicho sistema se emplean técnicas de fotogrametría basadas en secuencias de imágenes de intensidad y se utiliza el esquema de comparación con el modelo CAD de las piezas. En 2005, Kim presentó un sistema para revisar defectos en clavijas cilíndricas deformables. El sistema emplea imágenes de intensidad obtenidas con un arreglo piramidal de espejos, el cual permite adquirir imágenes desde diferentes puntos de vista de las clavijas. El objetivo de ese sistema es calcular las desalineaciones de las clavijas con sus correspondientes huecos para su posterior ensamblado. En 2005, Weckenmann *et al.* propusieron un sistema de inspección visual para piezas laminares no rígidas. El sistema utiliza triangulación láser para la adquisición de imágenes de profundidad. El sistema genera un modelo triangular suavizado y optimizado de la pieza y luego realiza una compensación de la deformación del modelo aplicando el método de elementos finitos. Finalmente, se realiza la evaluación de las tolerancias sobre un modelo virtual compensado comparándolo contra el modelo CAD del mismo. Según la revisión realizada, éste es el único sistema propuesto en la literatura en el cual se estudia la deformación virtual de los modelos de las piezas no rígidas.

Aunque el método de elementos finitos (MEF) proporciona una alta precisión para realizar el cálculo de las deformaciones que sufren los objetos reales, en general, es un método computacionalmente costoso (Gibson y Mirtich, 1997). Además de requerir el conocimiento de las características materiales de las piezas y de la estructura completa de la pieza, el cálculo de las deformaciones aplicando el MEF aún requiere demasiado tiempo para ser considerado en línea. Es por esto que sigue siendo de primera importancia para el control de calidad de las piezas deformables encontrar métodos para realizar los cálculos de las deformaciones en corto tiempo aunque no se tenga la precisión del MEF.

Este artículo propone un nuevo método para realizar los cálculos de deformación de los modelos virtuales en el cual se emplean las funciones de base radial (FBR). Con este método se puede reducir la carga computacional y se consigue una reducción notable en los tiempos de procesamiento. Las FBR son bastante conocidas como funciones de interpolación y han sido utilizadas para calcular en forma aproximada las deformaciones de superficies arbitrarias a partir de conjuntos de puntos de dichas superficies para los cuales se conoce su deformación final (Boer *et al.*, 2007). Para el propósito de inspección, el conjunto de puntos de ensamblado de las piezas constituye el conjunto de puntos de control requerido para la interpolación usando las FBR. Además, mediante las FBR se obtiene una interpolación suave y no requieren conectividad en los puntos del dominio, es decir no se requiere una malla para calcular las deformaciones como en el caso del MEF.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. La sección 2 presenta la formulación matemática básica sobre las FBR. La sección 3 describe el método propuesto. La sección 4 muestra algunos resultados obtenidos y su correspondiente análisis, y la última sección expone las conclusiones del trabajo.

## **2. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS**

Las FBR son funciones de la forma

$$F(p) = \sum_i C_i R(|p-p_i|) , \quad (1)$$

donde las funciones base  $R(|\bullet|)$  son funciones cuyos valores dependen únicamente de las distancias de los puntos del dominio a unos puntos de referencia  $p_i$ , llamados puntos de

control; las constantes  $C_i$  son los pesos de las funciones base (Baxter, 1992). Usualmente la norma  $|\bullet|$  se toma como la distancia euclidiana.

Ya que la transformación dada por la ecuación 1 produce una distorsión en los modelos aún cuando los puntos de control no cambien de posición, se aplica una transformación más general en la cual se considera un término adicional que corresponde a una transformación rígida. La transformación general incluyendo la transformación rígida tiene la forma

$$F(p) = \sum_i C_i R(|p-p_i|) + Mp + t, \quad (2)$$

donde  $M$  es la matriz de rotación y  $t$  es el vector de traslación.

Puesto que en este trabajo sólo se consideran las deformaciones y no las rotaciones ni las traslaciones de los modelos, la expresión anterior se reduce a

$$F(p) = \sum_i C_i R(|p-p_i|) + p, \quad (3)$$

En este estudio como funciones base, se usan las funciones multicuádricas  $R(x) = (x^2 + \beta)^{1/2}$ .

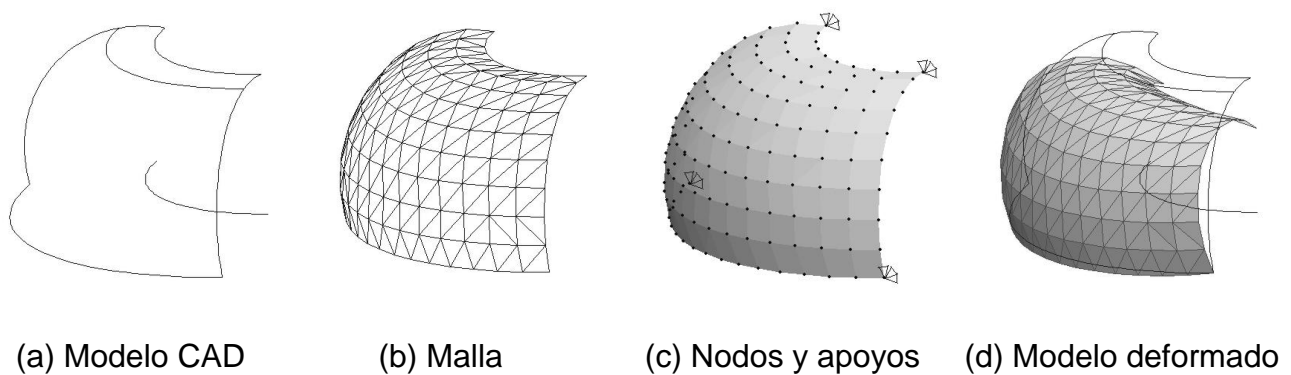
El parámetro  $\beta$  se calcula para cada centro  $p_i$  tal como sugiere (Eck, 1991), según la distancia al punto de control más cercano  $p_j$ :

$$\beta_i = \min_{i \neq j} |p_i - p_j|. \quad (4)$$

Otras FBR fueron probadas por (Jaramillo *et al.*, 2009). En dicho trabajo se usaron las funciones gaussiana, multicuádrica y la multicuádrica inversa sobre modelos simples, y los modelos deformados se compararon con aquellos obtenidos a través del cálculo con el MEF, pero no se encontró que alguna de estas funciones ofreciera mejores resultados que las demás para todos los casos.

### 3. ALINEACIÓN NO RÍGIDA

Con el fin de comparar la alineación de los modelos usando las FBR contra la alineación rígida, se aplica el siguiente proceso: primero, se generan los modelos de las piezas y sus respectivas mallas; luego, se aplican las restricciones de ensamblado sobre los puntos de control y se calculan los desplazamientos de los nodos del modelo aplicando el MEF. La Figura 1 muestra las figuras generadas en las diferentes etapas de este proceso: el modelo CAD, la malla generada, los nodos y puntos de apoyo y el modelo deformado final. Luego, los nodos sobre los cuales se imponen restricciones se usan como puntos de control para el sistema de FBR. Ya que las posiciones de los puntos de control se conocen tanto para el modelo CAD como para el modelo deformado, éstos se usan para calcular los coeficientes de las FBR,  $C_i$  en la Ecuación 3. Este es el cálculo que implica mayor complejidad computacional en este proceso y consiste en el cálculo de la matriz inversa que permite resolver el sistema de ecuaciones.



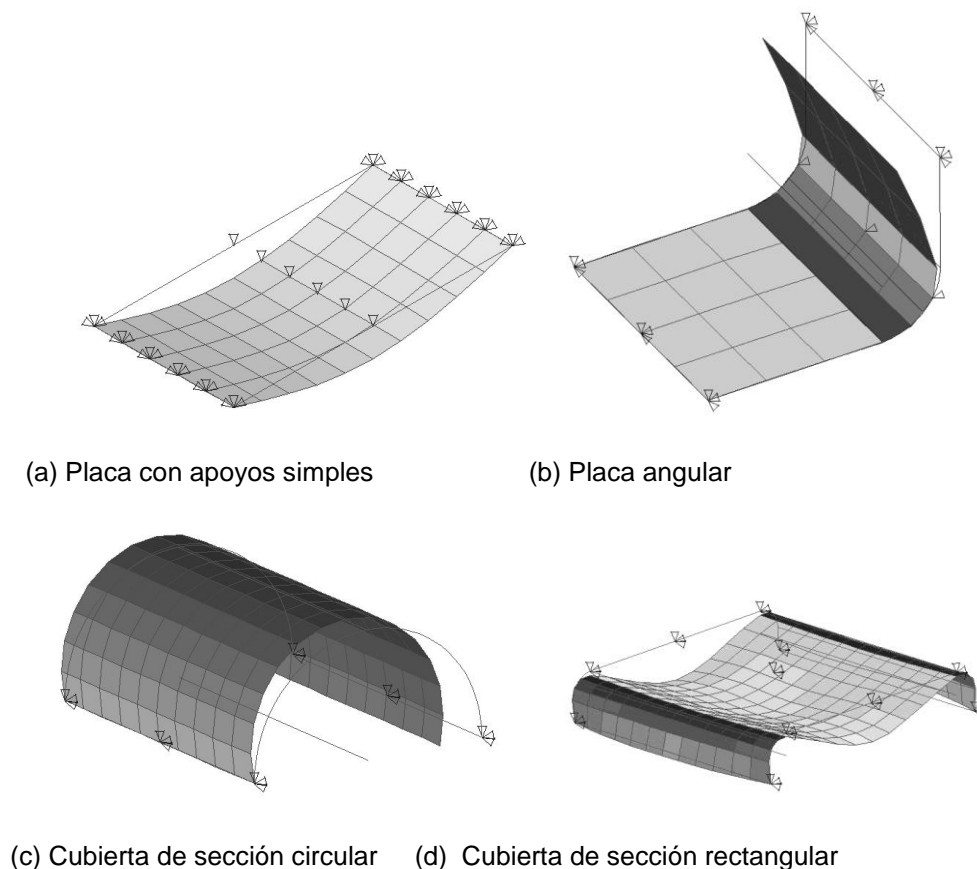
**Figura 1.** Un modelo CAD y su deformación con MEF.

Posteriormente, la deformación del modelo completo se calcula aplicando la Ecuación 3 en forma directa sobre el conjunto de todos los nodos de la malla inicial. Esta etapa constituye la transformación no rígida que se propone en este trabajo para mejorar la alineación de los modelos de las piezas deformables.

Finalmente, se realiza la comparación entre el modelo deformado calculado con el MEF, el modelo deformado obtenido con las FBR y el modelo CAD inicial.

#### 4. RESULTADOS

Para las pruebas se tomaron cuatro modelos: una placa con apoyos simples, una placa angular, una cubierta de sección circular y una cubierta de sección rectangular. En todos los casos se aplicaron únicamente fuerzas de flexión sobre los puntos de apoyo de los modelos. Los modelos CAD, las mallas, las restricciones y las deformaciones se muestran en la Figura 2. Las características de los modelos para los cálculos con el MEF son las siguientes: módulo de elasticidad = 25000 Kg/cm<sup>2</sup>; cociente de Poisson = 0.35; espesor de elemento de placa = 0.1 cm.



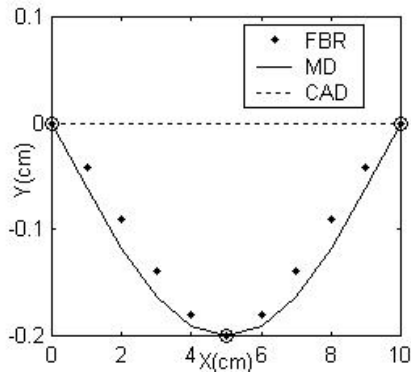
**Figura 2.** Modelos de prueba



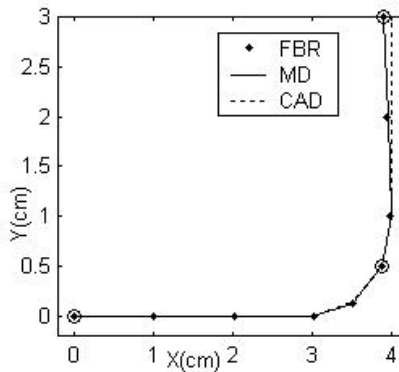
## 4.1. Discusión

Las figuras 3(a) a 3(d) muestran las curvas que representan las secciones transversales para: el modelo CAD rígido, el modelo deformado (MD) y la deformación obtenida aplicando la transformación dada por las FBR para el modelo de placa con apoyos simples, la placa angular, la cubierta de sección circular y la cubierta de sección rectangular.

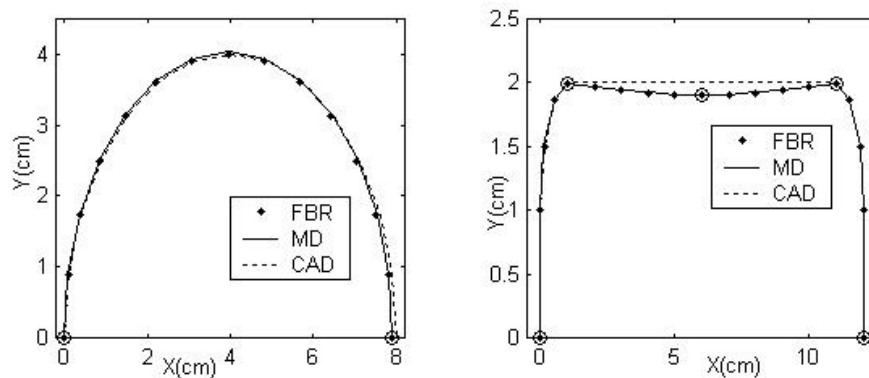
Las tablas 1 a 4 sintetizan los resultados de las desviaciones máxima y promedio en ambos casos: la alineación rígida y la transformación dada por las FBR para cada modelo. También se indica el número de nodos del modelo CAD y el número de puntos de control (PC) para los cálculos con las FBR. De estos resultados se puede observar que en los cuatro casos la transformación dada por las FBR mejora la alineación entre el modelo deformado y el modelo CAD correspondiente tanto en el promedio como en la desviación máxima, es decir el error se disminuye en estas dos cantidades. Sin embargo, el mejoramiento en la alineación no se obtiene para todos los puntos del modelo, de modo que para algunos puntos del modelo la desviación aumenta.



(a) Sección de placa simple



(b) Sección angular



(c) Sección circular

(d) Sección rectangular

**Figura 3.** Comparación entre la alineación rígida y la alineación usando las FBR.

**Tabla 1.** Resultados numéricos para el modelo de placa simple.

Alineación	Desviación máxima (cm)	Desviación promedio (cm)
Alineación rígida (66 nodos)	0.2000	0.1136
Transformación RBF (18 PC)	0.0270	0.0112

**Tabla 2.** Resultados numéricos para el modelo de placa angular.

Alineación	Desviación máxima (cm)	Desviación promedio (cm)
Alineación rígida (45 nodos)	0.1000	0.0184
Transformación RBF (9 PC)	0.0171	0.0081

**Tabla 3.** Resultados numéricos para el modelo de cubierta de sección circular.

Alineación	Desviación máxima (cm)	Desviación promedio (cm)
Alineación rígida (165 nodos)	0.1000	0.0533
Transformación RBF (6 PC)	0.0329	0.0239

**Tabla 4.** Resultados numéricos para el modelo de cubierta de sección rectangular.

Alineación	Desviación máxima (cm)	Desviación promedio (cm)
Alineación rígida (247 nodos)	0.1000	0.0381
Transformación RBF (11 PC)	0.0444	0.0183

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo, se considera el uso de las FBR para mejorar el proceso de alineación de modelos virtuales en procesos de inspección basados en modelos CAD aplicados al control de calidad de piezas deformables. En el sistema propuesto los puntos de ensamblado de la pieza se toman como puntos de control del sistema de FBR. Debido a que, en general, el conjunto de puntos de control es mucho menor que el conjunto total de puntos del modelo de la pieza virtual, el cálculo de interpolación usando las FBR es menos complejo y por lo tanto más rápido que el cálculo de las deformaciones empleando el MEF. Aunque la deformación obtenida con las FBR incrementa las desviaciones sobre algunos puntos de los modelos con respecto a la alineación rígida, el método propuesto permite reducir el error promedio y reduce los valores de error máximo de la alineación entre los modelos.

## BIBLIOGRAFÍA

- Baxter, B. (1992), "The interpolation theory of radial basis functions", PhD Thesis, Cambridge University.
- Boer, A., van der Schoot, M. y Bijl, H. (2007), "Mesh deformation based on radial basis function interpolation", *Computers and Structures*, Vol. 85, No. 11, pp. 784-795.
- Eck, M. (1991), "Interpolation methods for reconstruction of 3D surfaces from sequences of planar slices", *CAD und Computergraphik*, Vol. 13, No. 5, pp. 109-120.
- Gibson, S. y Mirtich, B. (1997), "A survey of deformable modeling in computer graphics", Technical Report TR-97-19, Mitsubishi Electric Research Laboratory.

- Jaramillo, A. E., Prieto, F. y Boulanger, P. (2007), "Inspección de piezas 3D: una revisión de la literatura", *Revista Ingeniería e Investigación*, Vol. 27, No. 3, pp. 118-126.
- Jaramillo, A. E., Prieto, F. y Boulanger, P. (2009), "Registro de modelos no-rígidos empleando funciones de base radial", *Dyna*, Vol. 76, No. 157, pp. 7-16.
- Kim, J. (2005), "Vision-based measurement of part deformation and misalignment for deformable cylindrical peg-in-hole tasks", *Proc. IMechE, Part C: J. Mechanical Engineering Science*, Vol. 219, No. 6, pp. 589-606.
- Lim, C. y Menq, C. (1994), "CMM feature accessibility and path generation", *Int. J. of Production Research*, Vol. 32, No. 3, pp. 597-618.
- Newman, T. y Jain, A. (1995), "A system for 3D CAD-based inspection using range images", *Pattern Recognition*, Vol. 28, No. 10, pp. 1555-1574.
- Prieto, F., Redarce, T., Lepage, R. y Boulanger, P. (1998), "Visual system for fast and automated inspection of 3D parts", *Int. J. of CAD/CAM and Computer Graphics*, Vol. 13, No. 4, pp. 211-227.
- Rodrigues, F., Gómez, J., Zalama, E. y Perán, J. (2005), "Automated 3D surface scanning based on CAD model", *Mechatronics*, Vol. 15, No. 7, pp. 837-857.
- Ruprecht, D. y Muller, H. (1995), "Image warping with scattered data interpolation", *Computer Graphics and Applications*, Vol. 15, No. 2, pp. 37-43.
- Weckenmann, A., Knauer, M. y Kilmaier, T. (2001), "Uncertainty of coordinate measurements on sheet-metal parts in the automotive industry", *J. of Materials Processing Technology*, Vol. 115, pp. 9-13.
- Weckenmann, A., Gall, P. y Gabbia, A. (2005), "3D surface coordinate inspection of formed sheet material parts using optical measurement systems and virtual distortion compensation", *Proc. of SPIE 8th Int. Symp. on Laser Metrology*, Vol. 5776, pp. 640-647.
- Zhang, Y., Zhang, Z. y Zhang, J. (2004), "Deformation visual inspection of industrial parts with image sequence", *Machine Vision and Applications*, Vol. 15, No. 3, pp.