

# Uma Formulação Complexa para o Algoritmo Hebbiano Generalizado Aplicada à Compressão de Imagens\*

Maria Cristina Felippetto de Castro  
*cristina@ee.pucrs.br*

José Nelson Amaral  
*amaral@ee.pucrs.br*

<http://www.ee.pucrs.br/~amaral>

Fernando César Comparsi de Castro  
*decastro@ee.pucrs.br*

Paulo Roberto Girardello Franco  
*pfranco@ee.pucrs.br*

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica  
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
90619-900 - Porto Alegre - RS - Brasil

## Resumo

Este trabalho apresenta um novo algoritmo que extrai as componentes principais de um conjunto de dados de natureza complexa através de redes neurais artificiais (RNAs) complexas treinadas sob uma nova regra de aprendizado Hebbiano no domínio complexo. Este novo algoritmo é aplicado à compressão de imagens digitais. Os resultados preliminares indicam que o método no domínio complexo é mais eficiente em preservar as regiões de alto contraste da imagem do que o método no domínio real.

**Keywords:** Neural Networks, Frequency Domain, Image Processing, Data Compression, Principal Components Analysis.

## 1 Introdução

Análise dos componentes principais no domínio espaço [9, 8] é uma técnica importante para compressão de dados e extração de características e tem sido largamente utilizada em análise de dados estatísticos, teoria da comunicação e processamento digital de sinais.

A análise das principais características permite que informações significativas contidas em um sinal sejam representadas em um espaço de menores dimensões. A extração destas características é possibilitada pela determinação das direções no espaço de modos de variação dos dados nas quais as amostras exibem maior variância. Os dados de maior variância são,

então, projetados em um subespaço de menor dimensão, produzindo a redução dimensional desejada. A Transformada Hotteling, utilizada em processamento de imagens, é uma aplicação da análise dos componentes principais [7].

Para proceder à análise dos componentes principais através de transformações clássicas, é necessário computar a matriz covariância do conjunto de dados e aplicar um procedimento numérico que extraia os auto-valores e os correspondentes auto-vetores desta matriz. Os auto-vetores correspondentes aos auto-valores mais significativos (de maior energia) são usados para extrair os componentes principais dos dados [9, 8].

Este procedimento, no entanto, é inadequado para grandes conjuntos de dados, que resultarão em uma matriz covariância de grandes dimensões. Além disto, todos os auto-valores e auto-vetores precisam ser computados, mesmo que somente poucos auto-vetores venham a ser utilizados no processo.

A utilização de RNAs treinadas sob aprendizado Hebbiano torna possível encontrar os principais auto-vetores sem a necessidade de determinar a matriz covariância [9, 8].

Análise dos componentes principais através de RNAs foi sugerida inicialmente por Oja que demonstrou, em 1982, a estreita correspondência entre o comportamento de uma RNA de um único neurônio, treinada sob aprendizado Hebbiano e a clássica transformação Karhunen-Loève. A posterior generalização deste algoritmo é devida a Sanger (1989). Decorrentes dos trabalhos de Oja e Sanger, muitos algoritmos têm sido propostos, considerando novas regras de aprendizado e configurações de RNAs [6, 9, 8].

Por outro lado, a combinação de técnicas de análise no domínio frequência e de RNAs para tratamento de imagens tem apresentado excelentes resultados na extração de características

---

\*Este trabalho foi em parte financiado pela Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS).

[1, 10] e no reconhecimento de padrões [4, 5]. Em muitos casos, os algoritmos de domínio complexo apresentam resultados mais abrangentes que os de domínio real. Os resultados encontrados nestas aplicações motivaram a investigação da combinação das técnicas de análise no domínio freqüência e de RNAs em compressão de dados, através da análise dos componentes principais.

Neste artigo é apresentado um novo algoritmo de aprendizado, no domínio complexo, desenvolvido de acordo com as leis do aprendizado Hebbiano e investigada a aplicabilidade de uma RNA complexa (RNAC) treinada sob este algoritmo para extração das componentes principais de um conjunto de dados de natureza complexa [6].

Duas otimizações são propostas para o algoritmo objetivando redução da complexidade computacional do treino da RNA. A primeira delas é o critério para atualização da razão de aprendizado e a segunda, a aceleração de convergência do algoritmo por janelamento de treino.

## 2 Descrição do Algoritmo

As imagens digitais consideradas neste trabalho são representadas por matrizes de  $N \times N$  pixels, sendo  $N$  uma potência inteira de dois. Estas imagens são quantizadas em 256 níveis de cinza. Antes de qualquer processamento, os valores de pixel da imagem são normalizados para que o maior valor de pixel seja unitário.

A imagem digital que será comprimida pelo algoritmo é levada ao domínio complexo através da Transformada Rápida de Fourier Direta Bidimensional (FFT-2D) [7, 2].

No domínio complexo, o espectro de Fourier da imagem é assimetrizado para ser transformado no conjunto de treino da RNAC. A assimetriação do espectro de Fourier consiste na eliminação das componentes espectrais conjugadas redundantes, presentes devido à propriedade de simetria espectral da Transformada de Fourier Bidimensional [7].

O espectro livre das informações redundantes é particionado em blocos (submatrizes). Estas submatrizes são representadas como vetores. O vetor média espectral, resultante da média destes vetores, é subtraído de cada um destes vetores. O conjunto de treino da RNAC é formado por estes vetores complexos centralizados, resultantes do espectro de Fourier da imagem.

A RNAC é treinada sob a regra complexa desenvolvida para o aprendizado Hebbiano generalizado [6], tendo por objetivo extrair os componentes principais do espectro da imagem. Após o treinamento, a rede complexa terá armazenado em seus pesos sinápticos os auto-

vetores complexos correspondentes aos auto-valores reais da matriz covariância do conjunto de dados de entrada.

A compressão obtida pelo método está relacionada ao número de componentes principais do espectro da imagem que são descartados. Quanto maior for o número de componentes descartados, maior será a compressão e menor a fidelidade da imagem reconstruída com relação à imagem original. Este compromisso é regido pelo tipo de aplicação a que se destina a compressão.

A convergência do algoritmo baseia-se em um critério de parada derivado das características esperadas dos vetores estimados obtidos após um número suficientemente grande de iterações.

A partir dos auto-vetores obtidos e das saídas dos neurônios após a convergência do algoritmo, para cada vetor pertencente ao conjunto de treino é obtida a reconstrução do espectro de Fourier, estimado a partir das componentes principais identificadas. Soma-se a todos os vetores reconstruídos, o vetor média espectral previamente extraído. Ao espectro de Fourier obtido são acrescentadas as componentes simétricas.

Os dados estimados pelo algoritmo são transformados do domínio freqüência para o domínio espaço através da Transformada de Fourier Inversa Bidimensional (IFFT-2D) [7, 2]. A imagem estimada é desnormalizada para que o maior valor de pixel seja 255 e o menor valor de pixel seja zero.

## 3 A Estrutura da RNAC

A Figura 1 apresenta o modelo de rede neural artificial complexa que é treinado pelo algoritmo.

A RNAC é do tipo progressiva, com uma única camada neuronal formada por  $m$  neurônios. O número de neurônios da camada de saída é definido pelo número de componentes principais que se deseja extrair do conjunto de dados representativo do espectro da imagem original. A cada neurônio de saída está associado, após a convergência do algoritmo, o conjunto de pesos sinápticos representativo do auto-vetor associado àquele componente principal.

A camada de entrada da RNA possui  $p$  nós. Estes  $p$  nós recebem os respectivos  $p = l^2$  elementos complexos que compõem cada vetor do conjunto de treino da RNA. O conjunto de treino é formado pelos  $n_b$  vetores de dados obtidos do particionamento da matriz representativa do espectro da imagem em  $n_b$  submatrizes de dimensões  $l \times l$ .

Os nós computacionais da camada de entrada da RNA, assim como as saídas dos

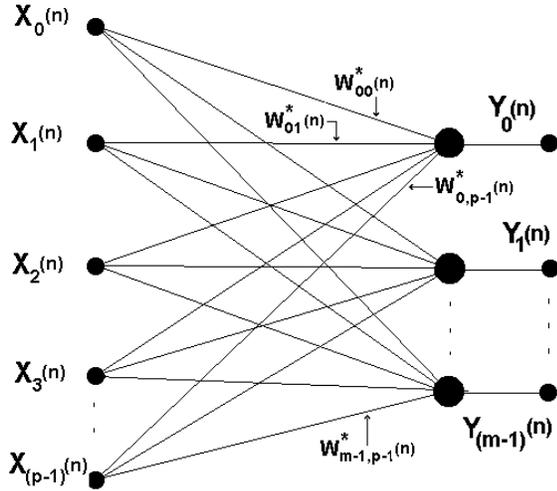


Figura 1: RNAC que será treinada pelo algoritmo.

neurônios da camada de saída e os pesos sinápticos associados são elementos complexos.

## 4 Regra de Aprendizado para Treinamento da RNAC

A regra complexa de aprendizdo foi construída com base no Algoritmo Hebbiano Generalizado proposto por Sanger [9, 8]. Este algoritmo combina a ortogonalização de Gram-Schmidt [3] ao modelo de um único neurônio linear introduzido por Oja [9, 8].

O conjunto de dados sobre o qual será efetuada a análise dos componentes principais é formado por vetores complexos centralizados, provenientes do espectro de Fourier da imagem original. Como resultado, a matriz covariância será uma matriz Hermitiana com auto-vetores complexos. Assim, os pesos sinápticos convergidos serão os auto-vetores complexos de uma matriz Hermitiana representativa da covariância dos vetores complexos de entrada [6, 3].

Para desenvolver uma formulação complexa para o aprendizdo Hebbiano foram feitas considerações no sentido de preservar os princípios do aprendizdo de Hebb [6, 8, 9] para um modelo onde os sinais de entrada e de saída da RNA são complexos, assim como serão complexos os pesos sinápticos estabilizados, após a convergência do algoritmo.

De acordo com a Figura 1, a saída  $Y_0(n)$  do primeiro neurônio da camada de saída da RNA para a iteração  $n$ , produzida em resposta ao conjunto de entradas  $X_i(n)$  com  $i = 0, 1, \dots, p - 1$  é dada por

$$Y_0(n) = X_i^T(n)W_{0i}^*(n) = W_{0i}^{*T}(n)X_i(n) \quad (1)$$

onde  $(^T)$  representa o operador transposição de um vetor e  $(^*)$  representa o operador complexo conjugado.

Segundo Hebb, quanto mais eficiente for um neurônio em disparar um outro neurônio, mais a intensidade da conexão entre eles (sinapse) será reforçada. Decorrente deste postulado de aprendizdo pode-se afirmar que o peso sináptico  $W_{0i}(n)$  é modificado de acordo com a correlação entre os sinais pré e pós-sinápticos  $X_i(n)$  e  $Y_0(n)$ . Assim, a atualização do peso sináptico pode ser escrita como

$$\Delta W_{0i}(n) = \eta Y_0^*(n)X_i(n) \quad (2)$$

onde  $\eta$  é uma constante positiva que determina a razão de aprendizdo.

De acordo com a regra de Oja [9] o vetor dos pesos sinápticos irá convergir, após um número suficientemente grande de iterações, para o primeiro componente principal dos dados de entrada. No entanto, assim como no modelo de um único neurônio de Oja, para o modelo complexo a solução também não é uma solução estável.

Para evitar a divergência do algoritmo complexo de aprendizdo Hebbiano é preciso restringir o crescimento do vetor peso sináptico, assim como no caso real.

A proposta de Oja, que corresponde a adicionar um decaimento ao peso sináptico, proporcional a  $Y_0^2(n)$  é adotada como um dos elementos estabilizadores que permite a convergência do algoritmo complexo.

A equação (3) expressa a regra de aprendizdo Hebbiano após deflacionada de um fator  $\eta Y_0^2(n)W_{0i}(n)$ .

$$\Delta W_{0i}(n) = \eta \{Y_0^*(n)X_i(n) - Y_0^2(n)W_{0i}(n)\} \quad (3)$$

Para o caso complexo, a regra de estabilização de Oja garante que o conjunto de auto-vetores resultante seja estável, mas não ortogonal, apenas ortogonal. Isto acontece porque os elementos de um auto-vetor complexo possuem um grau de liberdade a mais do que os elementos de um auto-vetor real.

Para garantir a ortogonalidade dos auto-vetores, este trabalho propõe uma condição adicional à regra de aprendizdo complexa. Esta condição adicional normaliza para 1 o módulo do peso sináptico associado ao maior auto-valor, a cada vetor de treino apresentado à RNAC. A normalização é executada ao longo de todo o processo de treinamento somente nos pesos sinápticos do primeiro neurônio, a cada iteração de uma época. Este procedimento é suficiente para tornar ortogonal o conjunto de auto-vetores resultante.

Partindo das equações (1) e (3) e implementando a condição adicional necessária à ortogonalização, a regra complexa generalizada fica, então, definida pelas equações (4) a (8).

$$Y_j(n) = \sum_{i=0}^{p-1} W_{ji}^*(n) X_i(n) \quad (4)$$

com

$$j = 0, 1, \dots, m-1$$

A atualização dos pesos sinápticos do primeiro neurônio, incluindo a normalização é dada por

$$W_{0i}(n+1) = \frac{W_{0i}(n) + \eta Y_0^*(n) X_i'(n)}{\|W_{0i}(n) + \eta Y_0^*(n) X_i'(n)\|} \quad (5)$$

onde

$$X_i'(n) = X_i(n) - W_{0i}(n) Y_0(n) \quad (6)$$

e

$$i = 0, 1, \dots, p-1$$

Para os demais neurônios, a atualização dos pesos sinápticos segue

$$W_{ji}(n+1) = W_{ji}(n) + \eta Y_j^*(n) X_i'(n) \quad (7)$$

onde

$$X_i'(n) = X_i(n) - \sum_{k=0}^j W_{ki}(n) Y_k(n) \quad (8)$$

e

$$i = 0, 1, \dots, p-1; \quad j = 1, 2, \dots, m-1$$

Sob esta regra de aprendizado, os  $m$  vetores peso sinápticos convergem para os  $m$  auto-vetores correspondentes aos  $m$  maiores auto-valores dos dados de entrada, quando o número de iterações  $n$  for suficientemente grande [6].

## 5 O Treinamento da RNAC

A cada época de treino é apresentado à RNAC o conjunto completo de vetores de treino, constituído dos vetores linha originados das  $n_b$  submatrizes ou blocos em que foi subdividido o espectro da imagem original. Para a iteração  $n$ ,  $n = 0, 1, \dots, n_b - 1$ , é apresentado o  $n$ -ésimo vetor do conjunto de treino à RNAC, produzindo a saída  $Y_j(n)$  no neurônio  $j$ .

A convergência do algoritmo ocorre quando os pesos sinápticos armazenados na RNAC estabilizam em valores que correspondem aos auto-vetores associados aos auto-valores da matriz covariância dos dados de entrada. Portanto, pode-se considerar que os pesos sinápticos do neurônio  $j$  tenham convergido para o auto-vetor associado quando as razões entre todos os seus pesos sinápticos, de uma iteração para a próxima, sejam unitárias, isto é,  $(W_{ji}(n+1)/W_{ji}(n)) \approx 1$ ,  $i = 0, 1, \dots, p-1$ .

A expressão (9) apresenta o critério adotado nos experimentos apresentados neste artigo, onde é considerada a média em três iterações  $\kappa$  ( $\kappa = 0, 1, 2$ ) da razão  $\|W_j(n+1)\| / \|W_j(n)\|$ , em que  $W_j$  representa o vetor de  $p$  pesos sinápticos do neurônio  $j$ . Especificamente, se a condição expressa pela desigualdade (9) for satisfeita, considera-se que o vetor peso sináptico do neurônio  $j$  tenha convergido para o auto-vetor associado. O valor  $1 \times 10^{-4}$  foi determinado experimentalmente como um valor adequado para este limiar.

$$\frac{1}{3} \left\{ \sum_{\kappa=0}^2 \frac{\|W_j(n+\kappa+1)\|}{\|W_j(n+\kappa)\|} \right\} - 1 < 1 \times 10^{-4} \quad (9)$$

A razão de aprendizado é iniciada com um valor baixo, da ordem de  $1 \times 10^{-9}$ . No entanto, após a convergência do primeiro auto-vetor, a razão de aprendizado deve ser aumentada, pois, como já ocorreu a deflação da primeira componente principal do vetor de treino, o processo de aprendizado pode ser acelerado sem detrimento da convergência. A cada época, a razão de aprendizado é feita igual ao inverso do auto-valor instantâneo dividido por uma constante arbitrária  $\alpha$  que varia com o tipo de imagem [6].

$$\eta = \frac{1/\lambda}{\alpha}; \quad 500 < \alpha < 2000 \quad (10)$$

À medida que um neurônio converge para um auto-vetor, todos os neurônios subsequentes ajustam-se correspondentemente, obedecendo ao princípio da deflação, expresso nas equações (7) e (8).

É característica do aprendizado Hebbiano que cada um dos  $m$  auto-vetores inicie o

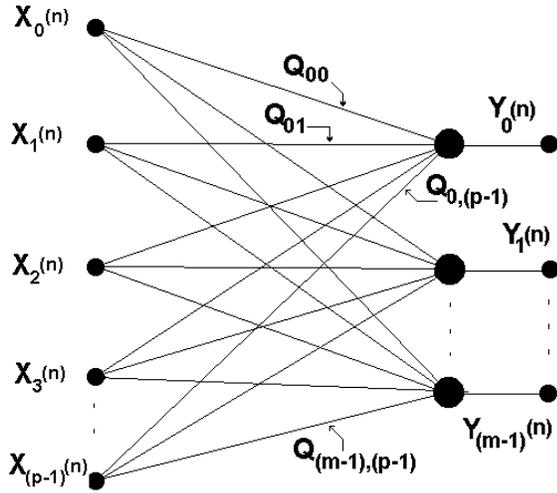


Figura 2: RNAC apresentando os auto-vetores  $Q_{ji}$ .

próprio processo de convergência após a convergência do auto-vetor anterior, sem que se alterem os pesos sinápticos dos neurônios já convergidos [9]. Baseado neste princípio de convergência ordenada do aprendizado Hebbiano, De Castro propôs um método de janelamento visando acelerar a convergência do algoritmo [6].

Após a convergência, a RNAC apresenta um conjunto de pesos sinápticos constituído por  $m$  vetores de  $p$  elementos, equivalente ao conjunto de  $m$  auto-vetores (associados aos  $m$  auto-valores) da matriz covariância dos dados de entrada. O conjunto de auto-vetores obtido é denotado por  $Q_{ji}$ .

A convergência dos pesos sinápticos é tal que, nos pesos sinápticos associados ao  $j$ -ésimo neurônio da camada de saída da RNAC ( $W_{ji}(n)$ ) estão as componentes do  $j$ -ésimo auto-vetor ( $Q_{ji}$ ) associado ao  $j$ -ésimo autovalor ( $\lambda_j$ ) da matriz covariância dos dados de entrada, sendo que, no primeiro neurônio encontram-se as componentes do peso sináptico associado ao maior autovalor ( $\lambda_0$ ).

## 6 A Reconstrução dos Dados

A Figura 2 apresenta uma RNAC, em que os pesos sinápticos já convergiram para os auto-vetores  $Q_{ji}$ .

A RNA possui  $p$  nós na camada de entrada e  $m$  neurônios na camada de saída. Está sendo apresentado à rede a  $n$ -ésima submatriz que compõe o espectro da imagem.

A reconstrução dos dados é obtida pela equação (11), onde cada  $\hat{X}_i(n)$  representa a reconstrução do vetor  $n$  associado ao bloco ou

submatriz de ordem  $n$  do espectro estimado de Fourier da imagem.

$$\hat{X}_i(n) = \sum_{j=0}^{m-1} Y_j(n) Q_{ji}^* \quad (11)$$

Ao  $n$ -ésimo vetor reconstruído,  $\hat{X}_i(n)$ , com  $n = 0, 1, \dots, n_b - 1$ , é acrescentado o vetor média espectral previamente extraído. O vetor resultante é transformado no bloco (ou submatriz) de ordem  $n$ , componente do espectro de Fourier estimado parcial. As componentes espectrais conjugadas são repostas e a matriz espectro de Fourier estimada total é, então, obtida. A imagem é transformada de volta para o domínio espaço.

Para reconstrução completa dos dados são considerados todos os  $m$  auto-vetores, associados aos  $m$  componentes principais.

## 7 A Compressão dos Dados

A compressão é obtida quando, na equação de reconstrução dos dados (11), ao invés de  $m$  auto-vetores, forem considerados  $k$  auto-vetores, com  $k < m$ .

Os auto-vetores  $Q_{ji}$ , com  $j = k, k + 1, \dots, m - 1$ , não considerados na reconstrução de  $\hat{X}_i(n)$  e responsáveis pela redução dimensional não representam perda considerável de informação por estarem associados aos auto-valores de menor energia da matriz covariância do conjunto de dados. Esta distribuição de energia é característica da análise dos componentes principais, transformação que concentra em um número reduzido de elementos a maior parte da energia (variância) dos dados.

Se a arquitetura da RNA for tal que possua  $k$  neurônios na camada de saída, cada um com  $p = l^2$  sinapses, após a convergência do algoritmo a rede apresentará  $k$  vetores de  $p$  elementos (referentes aos auto-vetores convergidos) e  $n_b$  vetores de  $k$  elementos (referentes aos  $n_b$  conjuntos de valores de saída dos  $k$  neurônios da camada de saída da rede). A partir destes elementos e do vetor média espectral previamente extraído (composto de  $p$  elementos complexos) será reconstruída a imagem comprimida.

A razão entre o número de unidades de armazenamento necessárias para representar a imagem original e o número de unidades de armazenamento necessárias para representar a imagem comprimida é chamada de razão de compressão e é denotada por  $\rho$ . A razão de compressão pode, então, ser determinada por

$$\rho = \frac{2k(p + n_b) + 2p}{N^2} \quad (12)$$

O método permite atingir uma compressão efetiva maior do que a compressão expressa pela razão de compressão  $\rho$ , através da adoção de um critério para alocação dos bits necessários para o armazenamento da imagem comprimida. Uma possibilidade é a atribuição de um maior número de bits para o armazenamento dos auto-vetores mais significativos da imagem (associados aos maiores auto-valores) e de um menor número de bits para os auto-vetores menos significativos (associados aos menores auto-valores) [9]. A otimização pode também ser obtida através da aplicação do código Huffman, que é baseado na entropia da imagem comprimida [7].

## 8 Resultados Experimentais

Esta seção apresenta alguns resultados experimentais obtidos da aplicação do algoritmo à compressão de imagens.

As imagens utilizadas neste trabalho possuem  $128 \times 128$  elementos. Os espectros de Fourier das imagens são particionados em submatrizes de  $8 \times 8$  elementos. A RNA utilizada é formada por 64 nós computacionais na camada de entrada e, nos exemplos apresentados, 32 neurônios na camada de saída, objetivando a extração de 32 componentes principais e uma razão de compressão ( $\rho$ ) de 0.758.<sup>1</sup>

As imagens são avaliadas quanto à fidelidade de reconstrução, relativa à imagem original. Os parâmetros de avaliação são a Relação Sinal-Ruído de Pico (PSNR) [6, 7] e a impressão subjetiva do Sistema Visual Humano (HVS) [7].

Constatou-se experimentalmente que as vantagens da análise dos componentes principais no domínio complexo estão estreitamente relacionadas com a maior razão de decréscimo dos auto-valores da imagem no domínio complexo, com relação à razão de decréscimo dos auto-valores da imagem no domínio real [6].

A Figura 3 apresenta a imagem original Brasil. O histograma representativo da frequência de ocorrência dos diferentes valores de pixel da imagem Brasil é mostrado na Figura 4. A Figura 5 traz o gráfico da distribuição de auto-valores para esta imagem, nos domínios real e complexo.

A razão de decréscimo dos auto-valores do domínio complexo é maior que a razão de decréscimo dos auto-valores do domínio real. Tanto maior será a razão de decréscimo dos auto-valores do domínio complexo com relação à razão de decréscimo dos auto-valores do

<sup>1</sup>Para efeito de avaliação do desempenho e da aplicabilidade do método de domínio complexo, foi desenvolvido um algoritmo para extração dos componentes principais de um conjunto de dados no domínio real.

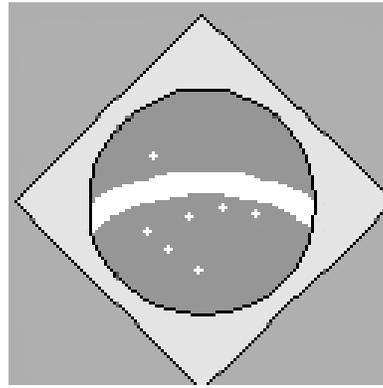


Figura 3: Imagem Brasil original

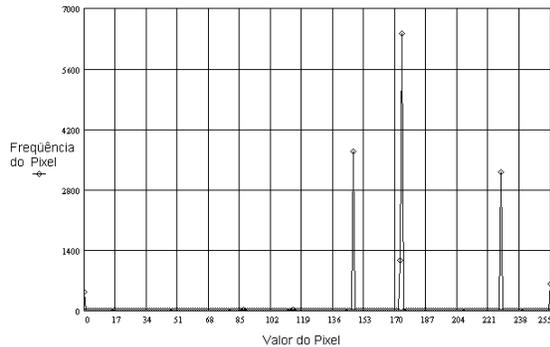


Figura 4: Histograma da imagem Brasil

domínio real, quanto maior for a descontinuidade entre os valores de frequência absoluta de pixels no histograma. O histograma mostrado na Figura 4 sugere variação abrupta de contraste dos elementos da imagem, no domínio espaço.

Para imagens com esta característica de variação abrupta de contraste no domínio espaço, a PSNR da imagem comprimida no domínio complexo é maior que a PSNR da imagem comprimida no domínio real. Isto é explicado através da propriedade espaço-frequência da Transformada de Fourier que afirma que uma variação abrupta no domínio espaço implica em uma variação suave no domínio frequência [7]. Desta forma, a correlação entre os elementos das submatrizes no domínio frequência é maior do que a correlação entre os elementos das submatrizes no domínio real. A compressão no domínio complexo tende, em função disto, a preservar as características de alto contraste da imagem e apresentar maior erro relativo em regiões constantes no domínio espaço. A compressão no domínio real, por outro lado, tende a preservar as regiões constantes da imagem e apresentar maior erro relativo em regiões de alto contraste no domínio espaço.

A Figura 6 apresenta a reconstrução da imagem original da Figura 3 após compressão no

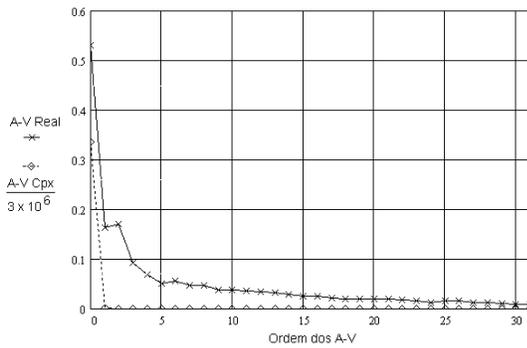


Figura 5: Razão de decréscimo dos autovalores da imagem Brasil(domínios real e complexo)

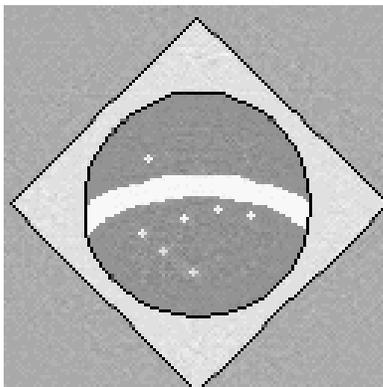


Figura 6: Imagem Brasil comprimida (32 auto-vetores)

domínio frequência. A PSNR da imagem comprimida é 34,13dB. Nesta imagem, as características de alto contraste foram preservadas, como pode ser notado nos pequenos detalhes (estrelas brancas). Já as regiões sem grandes variações de contraste apresentam maior erro de reconstituição, o que pode ser observado nas regiões constantes da imagem (retângulo, losango e círculo).

Considerando que o HVS apresenta sensibilidade ao contraste (*Mach Band Effect*) [7], preservar as características de alto contraste é uma vantagem da compressão no domínio complexo, com relação à compressão no domínio real.

A imagem original Lenna apresentada na Figura 7 possui uma característica de variação de contraste menos abrupta no domínio espaço, como pode ser verificado no histograma mostrado na Figura 8.

Como uma variação suave no domínio espaço implica em uma variação abrupta no domínio frequência [7], a correlação entre os elementos vizinhos das submatrizes no domínio frequência é menor do que a correlação entre os elementos vizinhos das submatrizes no



Figura 7: Imagem Lenna original

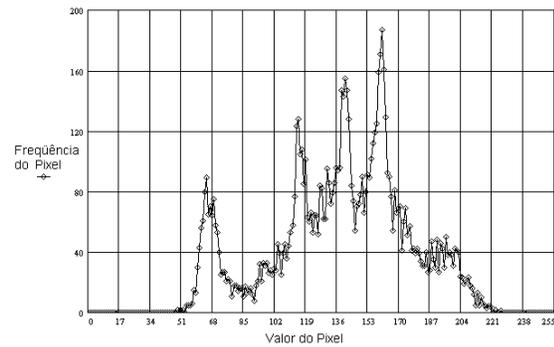


Figura 8: Histograma da imagem Lenna

domínio real, dificultando a extração das componentes principais. A Figura 9 traz o gráfico da distribuição de autovalores para esta imagem, nos domínios real e complexo. Neste caso, a razão de decréscimo dos autovalores do domínio complexo não é muito mais acentuada do que a razão de decréscimo dos autovalores do domínio real.

Para imagens com esta característica, a PSNR da imagem comprimida no domínio complexo é igual ou ligeiramente menor que a PSNR da imagem comprimida no domínio real. No entanto, mesmo nestes casos, a impressão causada ao HVS é igual ou superior à impressão causada pela imagem reconstruída após compressão no domínio real, devido ao efeito da melhor recuperação de contrastes da compressão no domínio complexo. A Figura 10 apresenta a reconstrução da imagem original Lenna após compressão no domínio frequência.

As imagens reconstruídas pelos métodos de análise dos componentes principais via algoritmo Hebbiano generalizado no domínio real apresentam o efeito de *blocking*, intrínseco à divisão da imagem em submatrizes. No método de domínio espectral este efeito é menos sentido porque as imagens são montadas em blocos no domínio frequência. O efeito de *blocking* em frequência, transformado ao

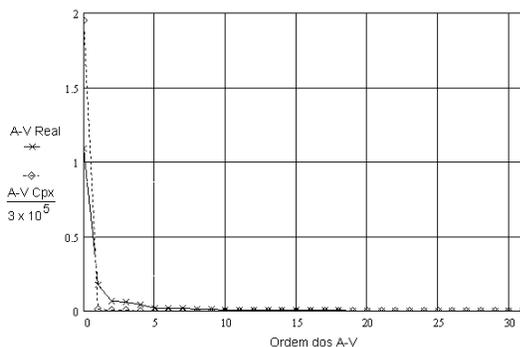


Figura 9: Razão de decréscimo dos autovalores da imagem Lenna (domínios real e complexo)



Figura 10: Imagem Lenna comprimida (32 auto-vetores)

domínio espaço através da IFFT, resulta em funções *sinc* [7]. Como as funções *sinc* não apresentam variações abruptas, o efeito percebido pelo HVS é um efeito de suavização. Esta é outra vantagem apresentada pelo algoritmo proposto para compressão no domínio frequência.

## 9 Conclusões

Este trabalho aborda no domínio complexo as técnicas de análise dos componentes principais de conjuntos de dados representativos de imagens através de RNAs progressivas, de uma única camada neuronal, sob treinamento por algoritmo Hebbiano generalizado. É introduzido um novo algoritmo de aprendizado, no domínio complexo, desenvolvido de acordo com as leis do aprendizado Hebbiano.

A compressão realizada pelo algoritmo no domínio complexo é superior à compressão realizada pelos métodos de domínio real na recuperação dos contrastes presentes na imagem original e na diminuição do efeito de *blocking* intrínseco ao particionamento da imagem original em submatrizes.

## Referências

- [1] D. L. Bix and S. J. Phippenberg. A complex mapping network for phase sensitive classification. *IEEE Trans. Neural Net.*, 4(1):127–135, 1995.
- [2] E. O. Brigham. *The Fast Fourier Transform and its Applications*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988.
- [3] R. Bronson. *Matrix Methods: An Introduction*. Academic Press Inc, San Diego, CA, 1991.
- [4] F. C. C. De Castro, J. N. Amaral, and P. R. G. Franco. Reconhecimento de padrões em imagens utilizando redes neurais artificiais como estimador de correlação espectral. In *II Simpósio Brasileiro de Redes Neurais*, pages 15–20, São Carlos, SP, BR, Outubro 1995.
- [5] F. C. C. De Castro, J. N. Amaral, and P. R. G. Franco. Artificial neural networks for frequency-domain pattern recognition. In *International Conference on Information Systems Analysis and Synthesis*, pages 108–115, Orlando, USA, July 1996.
- [6] M. C. F. De Castro. Algoritmo hebbiano generalizado para extração dos componentes principais de um conjunto de dados no domínio complexo. Master's thesis, PUCRS, Porto Alegre, RS, BR, Junho 1996.
- [7] R. Gonzalez and R. E. Woods. *Digital Image Processing*. Addison Wesley, 1993.
- [8] M. H. Hassoun. *Fundamentals of Artificial Neural Networks*. MIT Press, Cambridge, MA, 1995.
- [9] S. Haykin. *Neural Networks*. Macmillan College, New York, NY, 1994.
- [10] A. H. Tewfik and M. Deriche. An eigenstructure approach to edge detection. *IEEE Trans. Image Proc.*, 2(3):353–368, 1993.